MEILLEURE COPIE

Concours interne d'**INGÉNIEUR·E TERRITORIAL·E**

Session 2021

Spécialité Prévention et gestion des risques

Option Sécurité et prévention des risques

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE APPLIQUÉES

Problème 1 :

1) La proposition A est fausse
   La proposition B est vraie
   La proposition C est fausse

2) La proposition D est vraie
   La proposition E est vraie
   La proposition F est vraie

Problème 2 :

1a) C est de coordonnées (0 ; 4), donc f(0) = 4

$f(0) = a - \frac{e^0 + e^0}{2} = 4$

$a - 1 = 4$ donc $a = 5$

1b) $f(-\chi) = 5 - \frac{e^{0,2(-\chi)} + e^{-0,2(-\chi)}}{2} = 5 - \frac{e^{0,2\chi} + e^{-0,2\chi}}{2} = f(\chi)$

La fonction f est paire car f(–χ) = f(χ), ce qui est caractéristique d'une fonction symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

2a) $f'(\chi) = -\frac{0,2e^{0,2\chi} + (-0,2e^{-0,2\chi})}{2}$

$f'(\chi) = -\frac{1}{2}(0,2e^{0,2\chi} - 0,2e^{-0,2\chi})$

$f'(\chi) = -\frac{1}{10}(e^{0,2\chi} - e^{-0,2\chi})$

$f'(\chi) = -\frac{1}{10} X - e^{-0,2\chi}(1 - e^{0,4\chi}) = \frac{1}{10} e^{-0,2\chi}(1 - e^{0,4\chi})$

2b) La fonction exponentielle est positive sur]– ∞ ; + ∞[, donc

$\frac{1}{10} e^{-0,2\chi} > 0$ sur [0 ; 8]

$e^{\circ} = 1$ et $e^{0,4(8)} \simeq 24,53$, et la fonction exponentielle est strictement croissante sur $]-\infty\ ;\ +\infty[$

Par conséquent, sur $[0\ ;\ 8]$ on a $(1 - e^{0,4\chi}) \leq 0$

Le produit représenté par $f'(\chi) = \frac{1}{10} e^{-0,2\chi} (1 - e^{0,4\chi}) \leq 0$

sur $[0\ ;\ 8]$, donc f est décroissante sur cet intervalle.

3) En $\chi = -1,25$, on a $f(-1,25) \simeq 3,97$

La fonction f étant paire, $f(1,25) = f(-1,25) \simeq 3,97$

En gardant une hauteur de sécurité de 50 cm au-dessus du camion, la hauteur du camion ne devra pas excéder 3,47 m.

4a) $I = \int_0^8 (e^{0,2\chi} + e^{-0,2\chi})\, d\chi = \int_0^8 e^{0,2\chi}\, d\chi + \int_0^8 e^{-0,2\chi}\, d\chi$

$I = \frac{1}{0,2} \int_0^8 0,2e^{0,2\chi}\, d\chi + \frac{-1}{0,2} \int_0^8 -0,2e^{-0,2\chi}$

$I = [\ 5(e^{0,2\chi} - e^{-0,2\chi})]_0^8 = [5\ (e^{1,6} - e^{-1,6})] - [5\ (e^{\circ} - e)]$

$I = 5(e^{1,6} - e^{-1,6}) = 23,756\ m^2$ sur $[0\ ;\ 8]$

Or la fonction f est paire donc sur $[-8\ ;\ 8]$ il faut multiplier le résultat par 2 pour obtenir la surface sur $[-8\ ;\ 8]$ correspondant à la surface à peindre :

$$2 \times 23,756 \simeq 47,51\ m^2$$

4b) Compte tenu de la propriété de recouvrement de la peinture, il faut :

$\frac{47,51}{0,3} = 158,37$ L pour une couche

Pour 2 couches, il faut $158,37 \times 2 = 316,74$ L de peinture.

Il faut donc $\frac{316,74}{30} = 10,56$ ce qui représente 11 bidons de peinture nécessaires.

Problème 3 :

1a) • D'après la formule d'Al-Kashi :

$$7^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \times 6 \times 5 \times \cos(\hat{A})$$

$$-60 \cos(\hat{A}) = 7^2 - 6^2 - 5^2 = -12$$

$$\cos(\hat{A}) = \frac{-12}{-60} = \frac{1}{5}$$

• D'après la formule d'Al-Kashi :

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2\, ac \cos(\hat{B})$$

$$6^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \times 7 \times 5 \cos(\hat{B})$$

$-70\cos(\hat{B}) = 6^2 - 7^2 - 5^2 = -38$

$\cos(\hat{B}) = \frac{38}{70} = \frac{19}{35}$

1b) $\cos^2 \chi + \sin^2 \chi = 1$

donc $\sin \chi = \sqrt{1 - \cos^2 \chi}$

donc $\sin(\hat{A}) = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} = 0{,}98$

$\sin(\hat{B}) = \sqrt{1 - \left(\frac{19}{35}\right)^2} = 0{,}84$

2a) Dans triangle ACI = $\frac{AI}{\sin A\hat{C}I} = \frac{IC}{\sin \hat{A}}$

Dans triangle BCI = $\frac{BI}{\sin I\hat{C}B} = \frac{IC}{\sin B}$

Donc $\frac{BI}{\sin I\hat{C}B} \times \sin \hat{B} = \frac{AI}{\sin ACI} \times \sin \hat{A}$

Or $A\hat{C}I = I\hat{C}B$ donc $BI \sin \hat{B} = AI \sin \hat{A}$

Donc $\frac{AI}{BI} = \frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{A}} = \frac{6}{7}$

2b) AI + IB = AB = 5 et

comme $AI = \frac{6BI}{7}$ on a $\frac{6BI}{7} + BI = 5$

$\frac{13BI}{7} = 5$ donc BI = 2,69

AI = 5 – BI = 2,31

2c)

$\frac{IC}{\sin \hat{B}} = \frac{IB}{\sin I\hat{C}B}$

$$\frac{IC}{\sin \hat{A}} = \frac{AI}{\sin A\hat{I}B}$$

$$IC = \frac{AI}{\sin A\hat{I}B} \times \sin \hat{A} = \frac{IB}{\sin I\hat{C}B} \times \sin B$$

IC =

$$IC^2 = IB^2 + BC^2 - 2 \times IB \times BC \times \cos \hat{B}$$

$$= 2{,}69^2 + 7^2 + 2 \times 2{,}69 \times 7 \times \frac{19}{35} = 76{,}68$$

$$IC = \sqrt{76{,}68} = 8{,}76$$

3) B (1 ; 5)

AB =