MEILLEURE COPIE

Concours interne d'**INGÉNIEUR·E TERRITORIAL·E**

Session 2021

Spécialité Prévention et gestion des risques

Option Sécurité au travail

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUE APPLIQUÉES

I Problème 1

1) Question 1

A : faux
B : vrai
C : vrai

2) D : vrai
E : vrai
F : vrai

II Problème 2

1)a) $f(\chi) = a - \frac{e^{0,2\chi} + e^{-0,2\chi}}{2}$

en C : f(0) = 4

$\Leftrightarrow f(0) = a - \frac{e^{0} + e^{-0}}{2} = a - \frac{1+1}{2}$

$= a - 1 = 4$

$\Leftrightarrow a = 5$

b) f est paire

2) Question 2

a) $f'(\chi) = \frac{-1}{2}\ (0,2e^{0,2\chi} - 0,2e^{-0,2\chi})$

$= 0,1e^{-0,2\chi} - 0,1e^{0,2\chi}$

$= \frac{1}{10}\ (e^{-0,2\chi} - e^{0,2\chi})$

$f'(\chi) = \frac{1}{10}\ e^{-0,2\chi}\ (1 - e^{0,4\chi})$

b) si f décroissante sur [0 ; 8] alors

$f'(\chi) < 0$ pour $0 \leq \chi \leq 8$

$\frac{1}{10} e^{-0,2\chi} (1 - e^{0,4\chi}) < 0$

or $e^{\chi} \geq 0 \quad \forall \chi$

$\frac{1}{10} e^{-0,2\chi} \geq 0 \forall \chi$

donc $f'(\chi) < 0$ si $1 - e^{0,4\chi} \leq 0$

$- e^{0,4\chi} \leq -1$

$e^{0,4\chi} \geq 1$

et sur [0 ; 8] $e^{0,4\chi} \geq 1$

donc $f'(\chi) \leq 0$ sur [0 ; 8] donc f est décroissante sur [0 ; 8]

3) Question 3

$$f(2) - \frac{1}{2} = 5 - \frac{e^{0,4} + e^{-0,4}}{2} - \frac{1}{2}$$
$$\approx 3,42 \text{ m}$$

Le camion ne doit pas dépasser 3,42 m de haut

4) Question 4

a) $\int_0^8 (e^{0,2\chi} + e^{-0,2\chi})\, d\chi = \int_0^8 e^{0,2\chi}\, d\chi + \int_0^8 e^{-0,2\chi}\, d$

ou $F(u'e^4) = e^u$ avec $u = 0,2\chi$

$$\Leftrightarrow \int_0^8 (e^{0,2\chi} + e^{-0,2\chi}) = \left[\frac{e^{0,2\chi}}{0,2} - \frac{e^{-0,2\chi}}{0,2} \right]_0^8$$
$$= \frac{e^{1,6}}{0,2} - \frac{e^{-1,6}}{0,2} - \frac{e^0}{0,2} + \frac{e^0}{0,2}$$
$$\Leftrightarrow \int_0^8 (e^{0,2\chi} + e^{-0,2\chi}) = \frac{1}{0,2} (e^{1,6} - e^{-1,6})$$
$$= 5 (e^{1,6} - e^{-1,6})$$

$A = 5 X16 - \int_0^8 f(\chi)$

$$A = 80 - \int_0^8 5 - \frac{e^{0,2\chi} + e^{-0,2\chi}}{2}$$
$$A = 80 - \left([5\chi]_0^8 - \frac{5}{2} (e^{1,6} - e^{-1,6})\right)$$
$$A = 80 - \left(40 - \frac{5(e^{1,6} - e^{-1,6})}{2}\right)$$
$$A = 47,51 \text{ m}^2$$

b) 0,3 m^2/L X 2 couches $\Leftrightarrow$ 0,15 m^2/L

$\Leftrightarrow$ pour 47,51 m^2 : $\frac{47,51}{0,15} = 316,7$ L

Soit $\frac{316,7}{30} = 10,56$ bidons

donc il faudra 11 bidons de peinture

Ⅲ Problème n°3

1) Question 1

a) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos(\hat{A})$

avec $a = 7$, $b = 6$ et $c = 5$

$\Leftrightarrow 7^2 = 6^2 + 5^2 - 2 \times 6 \times 5 \cos(\hat{A})$

$\Leftrightarrow 60\cos(\hat{A}) = 36 + 25 - 49$

$\Leftrightarrow \cos(\hat{A}) = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$

de même : $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \times \cos(\hat{B})$

$\Leftrightarrow 6^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \times 7 \times 5 \cos(\hat{B})$

$\Leftrightarrow 70\cos(\hat{B}) = 49 + 25 - 36$

$\Leftrightarrow \cos(\hat{B}) = \frac{38}{70} = \frac{19}{35}$

b) $\sin^2(\chi) + \cos^2(\chi) = 1 \Leftrightarrow \sin(\chi) = \sqrt{1 - \cos^2(\chi)}$

donc $\sin(\hat{A}) = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$

et $\sin(\hat{B}) = \sqrt{1 - \left(\frac{19}{35}\right)^2} = \frac{12\sqrt{6}}{35}$

2) Question 2

ACI : $\frac{CI}{\sin\hat{A}} = \frac{b}{\sin\hat{B}'} = \frac{AI}{\sin\frac{\hat{C}}{2}}$

$\Leftrightarrow CI = AI \times \frac{\sin\hat{A}}{\sin\hat{C}}$

BCI : $\frac{a}{\sin\hat{A}'} = \frac{CI}{\sin\hat{B}} = \frac{BI}{\sin\frac{\hat{C}}{2}}$

$\Leftrightarrow CI = BI \times \frac{\sin\hat{B}}{\sin\frac{\hat{C}}{2}}$

$$\Leftrightarrow AI \times \frac{\sin \hat{A}}{\frac{\sin \hat{C}}{2}} = BI \times \frac{\sin \hat{B}}{\frac{\sin \hat{C}}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{AI}{BI} = \frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{A}} = \frac{\frac{12\sqrt{6}}{35}}{\frac{2\sqrt{6}}{5}}$$

$$= \frac{12\sqrt{6}}{35} \times \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{AI}{BI} = \frac{6}{7}$$

b) $AI + BI = AB = C = 5$

$$\begin{cases} AI + BI = 5 \\ \frac{AI}{BI} = \frac{6}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AI = 5 - BI \\ \frac{5 - BI}{BI} = \frac{6}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} AI = 5 - BI \\ 5 - BI = \frac{6}{7} BI \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} AI = 5 - BI \\ \frac{13}{7} BI = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} BI = \frac{35}{13} \\ AI = \frac{30}{13} \end{cases}$$

c) $CI = a'$ et $AI = c' = \frac{30}{13}$

$a'^2 = b^2 + c'^2 - 2bc' \cos \hat{A}$

$a'^2 = 6^2 + \left(\frac{30}{13}\right)^2 - 2 \times 6 \times \frac{30}{13} \times \frac{1}{5}$

$a'^2 = \frac{6048}{169}$

$\Leftrightarrow a = \frac{12\sqrt{42}}{13} = CI$

3) A (0 ; 0) B (? ; ?) C (6 ; 0)

I (? ; ?)

formule d'AP-Kashi :

$6^2 = AB^2 + BC^2 - 2(AB)(BC) \times \cos(\hat{B})$

avec AB = C = 5 et BC = a = 7

$\|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(\chi B - \chi A)^2 + (yB - yA)^2} = C = 5$

$\Leftrightarrow \sqrt{\chi B^2 - 0 + yB^2 - 0} - 5$

$\chi B^2 + yB^2 = 25$

et $\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(\chi C - \chi B)^2 + (yC - yB)^2} = a = 7$

$\sqrt{(6 - \chi B)^2 + 0 + yB^2} = 7$

$\sqrt{36 - 12\chi B + \chi B^2 + yB^2} = 7^2$

$\begin{cases} \chi B^2 + yB^2 = 25 \\ 36 - 12\chi B + \chi B^2 + yB^2 = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} yB^2 = 25 - \chi^2 \\ \chi B^2 - 12\chi B + 25 - \chi^2 = 49 - 36 \end{cases}$

$\begin{cases} yB^2 = 25 - \chi^2 \\ -12\chi B = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \chi B = 1 \\ yB = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \end{cases}$

$\Leftrightarrow$ B $(1 ; 2\sqrt{6})$

De même AI = $\frac{30}{13}$ et CI = $\frac{12\sqrt{42}}{13}$

$\|\overrightarrow{AI}\|\ \sqrt{(\chi ; -0)^2 + (yi - 0)^2} = \frac{30}{13}$

$\chi i^2 + yi^2 = \left(\frac{30}{13}\right)^2$

$\|\overrightarrow{CI}\| = \sqrt{(\chi i - 6)^2 + (yi - 0)^2} = \frac{12\sqrt{42}}{13}$

$36 - 12\chi i + \chi i^2 + yi^2 = \left(\frac{12\sqrt{42}}{13}\right)^2$

$\begin{cases} yi^2 = \left(\frac{30}{13}\right)^2 - \chi i^2 \\ -12\chi i + \left(\frac{30}{13}\right)^2 = \left(\frac{12\sqrt{42}}{13}\right)^2 \end{cases}$

$\begin{cases} \chi i = \frac{33}{13} \\ yi = \text{erreur de calcul} \end{cases}$